

**PARADOKSID**  
**must auk mõtlemises**

enn kasak

# PARADOKSID

must auk mõtlemises



elav teadus

Toimetaja Triin Olvet  
Keeletoimetaja Katrin Ringo  
Kunstnik Hiie Ivanova  
Kujundaja Kaspar Ehlvest

© Enn Kasak ja kirjastus Argo, 2018  
Kõik õigused kaitstud

Trükitud trükikojas Print Best

ISBN 978-9949-607-56-3

# SISUKORD

<b>ALGUSPEATÜKK</b>	9
<b>1. PARADOKSI MÄÄRATLEMINE</b>	13
<b>2. ESIMENE KOHTUMINE PARADOKSIGA</b>	25
<b>Paradokside roll teadusmõtte arengus</b>	31
<b>Zenoni apooriad</b>	33
Üks ja palju (tiheduse probleem)	34
Üks ja palju (suuruse probleem)	34
Dihhotoomia (kaheks jagamine või kaksikjaotus)	35
Nool	35
Staadion	36
Achilleus ja kilpkonn	36
<b>Ebulidese paradoksid</b>	40
<b>ESIMENE INTERLUUDIUM</b>	42
<b>3. VALETAJA PARADOKS</b>	45
<b>Paradoksi ületamise katsed</b>	53
<b>TEINE INTERLUUDIUM</b>	59
<b>4. ENESEKOHASED JA/VÕI SEMANTILISED PARADOKSID</b>	61
<b>Hulgateoreetilised paradoksid</b>	62
Russelli paradoks	63
Habemeajaja paradoks	65
Cantori paradoks	66
<b>Enesekohased semantilised paradoksid</b>	67
Grellingi antinoomia ehk Grellingi-Nelsoni paradoks	67
Berry paradoks	68

<b>Veel semantilisi paradokse</b>	70
Ootamatu eksami paradoks ehk timuka paradoks	70
Krokodilli paradoks	71
Protagorase paradoks ehk kohtuparadoks	72
Eessõna paradoks	73
<b>Mitmetähenduslikkusele põhinevad</b>	
<b>semantilised (pseudo)paradoksid</b>	75
Eubulidese semantilised (pseudo)paradoksid	75
Bethi paradoks	78
Kõikvõimsuse paradoks	78
Pascali kihlvedu	79
Kurjuse probleem ehk Epikurose paradoks	80
<b>KOLMAS INTERLUUDIUM</b>	82
<b>5. ONTOLOOGILISED PARADOKSID</b>	85
<b>Soriidi paradoks</b>	86
<b>Muutustega seotud paradoksid</b>	90
<b>Kosmoloogilised paradoksid</b>	94
Pimeda öötaeva ehk fotomeetriline paradoks	97
Universumi soojussurm (termodünaamiline paradoks)	99
Gravitatsiooniline paradoks	100
Hilisemad kosmoloogilised paradoksid	100
Antroopsusprintsiiip	102
<b>Veel kuulsaid füüsikaga seotud paradokse</b>	107
Kaksikute paradoks	108
Einsteini-Podolsky-Roseni paradoks	109
Fermi paradoks	111
<b>NELJAS INTERLUUDIUM</b>	114
<b>6. INTUITSIOONIPROBLEEMIDELE VIITAVAD PARADOKSID</b>	117
Paradoks kahest inimesest põrgus ja taevas	117
Duns Scotus joontest	118
Galileo paradoks	119
Newcombi paradoks	124

Vangi (või vangide) dilemma	127
Moraalidilemmad	128
Burleigh' paradoks	129
Hempeli paradoks ehk kaarna (ronga) paradoks	131
Goodmani paradoks	133
Kahe ümbriku probleem ehk vahetamise paradoks	134
Erandi paradoks ja paradokside kasulikkus	136
<b>VIIES JA VIIMANE INTERLUUDIUM</b>	<b>140</b>
<b>VIIMANE PEATÜKK</b>	<b>141</b>
<b>Kas paradokside olemasolust võiks midagi järelduda?</b>	<b>142</b>
<b>TÄNUAVALDUSED</b>	<b>145</b>
<b>KIRJANDUS</b>	<b>147</b>
<b>VIITED</b>	<b>151</b>
<b>REGISTER</b>	<b>155</b>

## ALGUSPEATÜKK,

**milles seigeldakse nimeta baaris, kohatakse häid inimesi ja  
leitakse teejuht sellesama raamatu juurde.**

Külm taganttuul lükkas, niiske vastutuul tõukas ja nii nad sattusidki baaris ühe laua taha.

„Mis kohta ma küll kukkusin?“ küsis pikem, sorakil juustega tegelane.  
„Silmad olid ennist vihmast rullis.“

„Kuhu sa jõuda tahtsid?“ küsis kahupäine vastu.

„Vahtisin niisama võõras linnas, polnudki plaanis kuhugi sisse minna.  
Aga see pagana tuull!“

„No aga sa jõudsidki täpselt sinna kuhu tahtsid – eikuhugi,“ muigas kahupea.

„Jama, ma ju näen, et olen laua taga paigas,“ ei lasknud pikk ennast häirida.

„Aga seda, kus meie laud on, seda sa vist tõesti ei tea.“

„Jajah, anna siis mulle kah teada.“

„Ei oska,“ kahtles kahupea. „Sel kohal polegi nime. Su selja taga on kenasti kirjas: Nimeta baar. Nii et olemegi eikusagil. Kui oleksime kusagil, siis oleks kohal mingi nimi.“

Pikk keeras pea viltu: „Tõesti või? Oma arust istun laua taga baaris, mille nimi on Nimeta baar.“

Kahupea kahtles edasi: „Kui on kirjas, et see on Nimeta baar, kas see siis polegi nimeta baar?“

Pikk haaras peast: „Aitab, ma ei salli paradokse!“

Kahupea ei andnud otsa käest: „Ma ei näe siin mingit paradoksi, see on lihtsalt uuele kundlele sobiv üllatus, nii nagu värsked anekdood.“

„Tõesti, on jah ootamatu nimi,“ nõustus pikk, „lollitada ma ennast ei lase, aga üllatusin küll. Aga miks see nimi siis paradoks ei ole?“

„Kui üllatus üle läheb, siis ei ole ka paradoksi,“ kinnitas kahupea.

Teise kahtlus paistis nii selgesti silma, et kahupea oli sunnitud jätkama: „Võib-olla kedagi üllatab, et mu nimi on Kiilaspea. Mõni näeb selles paradoksi, kui Kiilaspea on tegelikult kahupea, aga minu jaoks on see sama kulunud nali nagu selle baari nimi. Mu isa pidi harjuma naljaga, et Kiilaspea ongi kiilaspea.“

„Kas paradoks on sinu arvates siis lihtsalt ära seletamata asi?“ ei jäänud pikk rahule. „Mulle paistab, et iga veidra asja võib loo lõpuks ära seletada, kui ainult infot on.“

Kahupea toonist oli tunda, et ta on pidanud rääkimisega leiba teenima: „Päris paradoks tekib siis, kui infot paistab lahendamiseks olevat, aga seletustes kokku leppida ei osata. Või kui osatakse, siis väga palju aega hiljem ja hoopis uut sorti tarkusega. Päris paradoks võib tekkida nii, et ei tahetagi saada mingi veidrust, vastuolu ega paradoksi, aga too kukub ootamatult kohale ja minema ei lähe.“

„Sa nagu tunneks seda asja?“

„Jah, mul on omast peast ja omanimeline näide võtta, nimelt kiilaspea paradoks.“

„Kahupea on tegelikult kiilaspea? Just ütlesid, et see pole paradoks.“

„Jätame nimed kõrvale ja räägime inimese omadusest. Kui kodanikul on sada tuhat juuksekarva, kas ta on kahupea või ei ole?“

„On, blondidel pidi veel rohkem olema.“

„Hästi. Kahupeal on sada tuhat juuksekarva. Tal kukub üks juuksekarv välja. Kas ühe karva kaotamine muudab kahupea kiilaspeaks?“

„Ei, nüüd on ta kahupea 99 999 karvaga.“

„Kui ühe karva kaotamine ei muuda kahupead kiilaspeaks, siis ei juhtu see ka järgmise karva kaotamisega.“

„Küllap vist.“

„Aga niiviisi saab kõik juuksed ära kaotada ning tuleb välja, et kuigi kahupea paistab välja nagu kiilaspea, on ta tegelikult kahupea edasi. Vaat see ongi paradoks.“

„Seda on küll lihtne seletada – kui juukseid on palju, siis on kahupea, kui vähe, siis kiilaspea.“

„Aga kui palju on vähe?“

„No näiteks kümme karva on liiga vähe. Kiilaspea puhul võiks kokku leppida, mitmest karvast kiilaspea algab.“



„Ega ikka ei saa küll niisama lihtsalt kokku leppida, mitmenda karva juures saab kahupeast kiilaspea. Selle paradoksi seletamisega läks kaks tuhat aastat. Seletus on üsna keeruline ja kõik pole nõus kah.“

„Ja kuidas uut sorti tarkusega oli?“

„Oli küll. Kaua aega arvati, et kui lause räägib, kuidas asjalood on, siis on see lause tõene. Kui lause paneb mööda, on see väär. Uus tarkus ütles, et mõni tõene lause võib teisest tõesest lausest natukene vähem tõene olla.“

„Mõni asi, mulle on see niigi selge.“

„Tore, tee see teistele kah selgeks ja oledki maailmakuulus! Ainult et lobast ei piisa, sa pead oma tarkuse teistele niimoodi ära tõestama, et seda saaks kasutada. Minu arust see küll lihtne ei ole.“

„Eks teadlased oska jah lihtsad asjad keeruliseks ajada. Nimetavad mingi naljaülesande paradoksiks ja hakkavad usinasti selle üle vaidlema.“

Äkki muutus pikk närviliseks ja hakkas taskutes kobama: „Pagan, seleta ära, kuhu mu rahakott sai! No just oli mul küljetaskus ... Huhh – jope-taskus on. Kui oleks ära varastatud, kas see üllatus olnuks paradoks?“

„Paradoks vast mitte, aga sellega on seatud üks tuntud sofism.“

„See oli vist mingi pettus?“

„Jah. Sofism on kavalus, mille abil püütakse inimest ära petta nii, et vigane järeldus paistab olevat õige. Sinu puhul oletame, et sa püüdsid kinni varga, kes su rahakoti varastas. Kas sul oleks tahtmine talle selle eest kärü keerata?“

„Muidugi.“

„Aga miks?“

„Ta on halb inimene ja väärrib seda.“

„Miks sa nii arvad?“

„Ta varastas mu rahakoti.“

„Kas see on hea, et sul on pungil täis rahakott?“

„Muidugi.“

„Seega varas võttis selle, mis on hea?“

„Loomulikult, egas ta midagi vastikut võtnuiski.“

„Seega varas tahab vaid seda, mis on hea. Teisiti öeldes, ta tahab vaid head. See, kes tahab vaid head, on hea, seega varas on hea inimene. Sul tuleks ta lahti lasta ja tülitamise eest andeks paluda.“

„No see on tõesti paradoks. Kongi tuleks ta panna, mitte andeks paluda!“

„Aga vaat ei ole paradoks. See on tüüpiline sofism – teise inimese eksitamine.“

„Kuidas sa vahet teed?“

„Varga loo puhul saab näidata, mis valesti on. Aetakse meelega ühe nime alla sassi kaks erinevat asja. Endale hea tahtmine ja teisele hea tahtmine. Hea inimene on see, kes tahab teisele head, aga mitte kõike head endale krabada. Paradoksiga on teine lugu. Väga palju sellest, mida rahvas paradoksiks peab, seda tegelikult ei ole. Paradoks võib mõjuda naljana, aga sisu on tal tõsine, mõnda paradoksi ei osata siiani lahendada.“

„Mis neist siis kasu on, kaks tuhat aastat lahendatakse ja valmis ei saada? Selle asemel võiks mõelda milleski tulutoovast.“

„Isegi kui lahendada ei osata, on paradoksides uurimise käigus on väga palju kasulikku avastatud. Aga see on mitut raamatut vääri pikem jutt.“

Üks selline jutt leidub sellesama raamatu lehekülgedel. Seda siinkohal pikemalt kokku võtta ei tundu mõistlik – siis tuleks hakata vastama küsimustele, mida pole veel esitatud. Kui lugeja ikkagi tahab kohe teada, miks see raamat kirjutati ja miks seda siin kokku ei võeta, võiks ta sirvida viimast peatükki. Nii palju saab öelda, et see raamat on lugu paradoksides, millega ma olen kohtamas käinud. Olen paradokse palju kordi kuulnud ja näinud ja vahel ka nende lahendamises kaasa löönud, ent aastaid hiljem peab nii mõnegi paradoksi kohta ütleva, et asi polnud paraku nii selge, nagu esialgu paistis. Olgu nende lahendamisega kuidas on, paradoksid on igatahes tore lugemisvara. Selge ja ebaselge põimumine paradoksis loob vaimse vikerkaare, umbes nii, nagu valguse ja varju põimumine kingib meile värvilise maailma.

Peatükkide sisu on raamatus jagatud põhiliseks ja täiendavaks. Põhiline jutt on loodetavasti loetav ka neile, kes peensustest ei huvitu. Täiendavad lõigud on esitatud hallil taustal, nende hulgas on põhiteksti kommenteerivaid lõike, pikemaid põhjendusi, tõestusi ja täpsustusi. Nende lugemiseks võib vaja minna natuke loogikaalaseid teadmisi, mille puhul viidatakse peamiselt raamatule „Loogika alused“.<sup>1</sup> Asjakohased meelelahutuslikku laadi lõigud või uitmõtted on esitatud hallides pilvekestes. Raamatu lõpust leiata viited koos lisakommentaaridega ja loetelu kirjandusest, millest alustada, kui tekib soov paradoksidesga tõsisemalt tegelda.